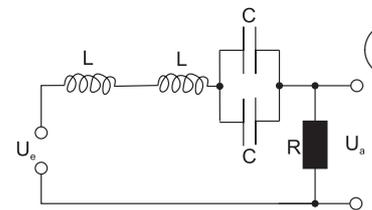


1) Kurzaufgaben:

- a) Warum stehen die elektrischen Feldlinien eines beliebig geformten, elektrisch geladenen Leiters immer senkrecht auf der Oberfläche? Warum ist die elektrische Feldstärke in einem Faraday-Käfig gleich Null?
- b) Warum ist, wenn man bei untergehender Sonne senkrecht nach oben schaut, das gestreute Sonnenlicht teilweise polarisiert? Wie ist die Polarisationsrichtung des gestreuten Lichtes?
- c) Wie unterscheidet man diamagnetische und paramagnetische Flüssigkeiten experimentell?
- d) Warum kann man hochfrequente Ströme schlecht mit einfach leitenden Drähten und gut mit einer Lecherleitung transportieren?

2) Bei Wasserstoffatomen bewegt sich das (klassische) Elektron kreisförmig um den Kern, mit $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ m. Welchem mittleren Strom entspricht diese Ladungsbewegung, und welche Magnetfeldstärke erzeugt sie am Ort des Kernes? Zeigen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes, dass die z -Komponente des Magnetfeldes einer kreisförmigen Stromschleife, die in der xy -Ebene liegt, im Mittelpunkt der Leiterschleife gegeben ist durch $B_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$.

3) Berechnen Sie den Betrag der Amplitude der frequenzabhängigen Ausgangsspannung $|U_a|$ in Abhängigkeit von der Eingangsspannung $U_e = U_0 \cdot \sin \omega t$ für die dargestellte Schaltung (die beiden Induktivitäten und Kapazitäten sind jeweils gleich groß). Wie groß ist die Phasenverschiebung φ zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung?

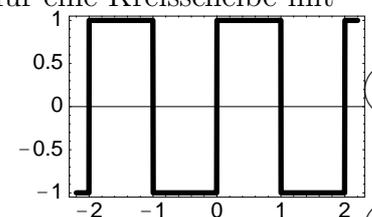


4) Finden Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung zweiter Ordnung $y''(x) - 9y(x) = e^{3x} + 1$. Ermitteln Sie zunächst die homogene Lösung. Benutzen Sie anschließend den Ansatz $y(x) = a x e^{3x} + b$ mit Konstanten a und b , um eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung zu finden. Geben Sie schließlich die konkrete Lösung für die Anfangswerte $y(0) = 0$ und $y'(0) = \frac{1}{2}$ an.

5) Für ein quellenfreies Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = g(\vec{r}) \vec{e}_z$ mit $\vec{F}(\vec{0}) = \vec{0}$ sind seine lokalen Wirbel $\vec{\nabla} \times \vec{F} \doteq 2\alpha(y, x, 0)$ bekannt. Rekonstruieren Sie das Feld $\vec{F}(\vec{r})$.

6) Beim Zubereiten von Tee wird Flüssigkeit in einer zylindrischen Kanne (Radius R , Höhe H in z -Richtung) so umgerührt, dass das Geschwindigkeitsfeld die Gestalt $\vec{v}(\vec{r}) = \omega \vec{e}_z \times \vec{r}$ annimmt. Skizzieren Sie die Strömung in der Draufsicht. Überprüfen Sie die Gültigkeit des Stokesschen Integralsatzes $\int d\vec{f} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v} = \oint d\vec{r} \cdot \vec{v}$, indem Sie beide Seiten explizit für eine Kreisscheibe mit Radius R auf halber Zylinderhöhe bzw. deren Rand auswerten.

7) Berechnen Sie die Fourier-Koeffizienten der nebenstehend abgebildeten periodischen Funktion bezüglich des Intervalls $[-1, +1]$. Lesen Sie aus dem Parsevalschen Theorem eine Summenformel ab.



8) Gegeben sei die Differenzialgleichung $\frac{1}{\alpha} \dot{f}(t) = \delta(t) - \delta(t-\tau)$ mit konstantem α und $\tau > 0$. Es gelte $f(t < 0) \equiv 0$. Geben Sie zunächst die Lösung durch direkte Integration an. Welche Gleichung erfüllt die Fouriertransformierte $\tilde{f}(\omega)$? Durch welches Integral berechnet sich demnach $f(t)$? Wenn Sie nun $t = \frac{\tau}{2}$ wählen und den bekannten Wert von $f(\frac{\tau}{2})$ aus der Lösung verwenden, können Sie den Wert des Integrals $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \sin(\frac{\omega\tau}{2})$ ablesen.

9) Benutzen Sie einen Separationsansatz, um die allgemeine Lösung der zweidimensionalen Laplace-Gleichung $\Delta u \equiv (\frac{1}{r} \partial_r r \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_\varphi^2) u(r, \varphi) = 0$ in Polarkoordinaten herzuleiten.

10) Eine Uhr m im homogenen Gravitationspotenzial $V = mgz$ bewegt sich vertikal so dass $z(0) = 0 = z(T_0)$ (vertikaler Wurf, Dauer T_0). Bestimmen Sie die Bahn $z(t)$ mit dem Prinzip der kosmischen Faulheit: Die Uhr maximiert stets ihre Anzeige $T[z] = T_0 + \int_0^{T_0} dt (gz(t) - \frac{1}{2} \dot{z}(t)^2)$.

